



Stefan Banach
ur.30.03.1892 w Krakowie
zm.31.08.1945 we Lwowie
polski matematyk,
przedstawiciel Lwowskiej
Szkoły Matematycznej,
autor podręczników do
matematyki i mechaniki

Zadania konkursowe

Zestaw VI

Zadanie VI.1

Udowodnij, że dla każdej liczby a i b prawdziwa jest nierówność $a^2 + b^2 \geq 2ab$.

Następnie w oparciu o powyższą nierówność wykaż prawdziwość dwóch poniższych zależności:

a) $2x^2 + y^2 + z^2 \geq 2x(y + z)$

b) $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

Zadanie VI.2

Kasia miała fatalne wakacje. Nie było ani jednego dnia bez deszczu. Każdego dnia deszcz padał albo rano, albo po południu, albo cały dzień. W czasie jej wakacji było dokładnie 13 dni, kiedy było kilka godzin bez opadów, dokładnie 11 deszczowych poranków i dokładnie 12 deszczowych popołudni. Ile dni trwały wakacje Kasi?

Zadanie VI.3

Pan Jan korzystał w swoim domu z 5 żarówek tradycyjnych żarowych, każda o mocy 100 W. Pewnego dnia postanowił zastąpić żarówki tradycyjne nowoczesnymi żarówkami energooszczędnymi LED, które świecą równie jasno lecz pracują z mniejszą mocą. O jaką kwotę w ciągu roku zmniejszył się rachunek za prąd pana Jana z powodu zmiany żarówek? Przyjmijmy w zadaniu, że każda z żarówek codziennie świeci średnio przez 2,5 godziny, a koszt 1 kWh wynosi 0,86 zł brutto. Informację o mocy żarówki LED odpowiadającej żarówce tradycyjnej stuwatowej zdobądź samodzielnie.

Zadanie VI.4

Babcia i dziadek mają razem 147 lat. Dziadek ma dwa razy tyle lat, ile babcia miała wtedy, kiedy on miał tyle, ile babcia ma teraz.

Po ile lat mają babcia i dziadek?

Zadanie VI.5

Istnieją dokładnie dwa prostokąty, których boki mają długości będące liczbami całkowitymi i których pole oraz obwód wyrażają się tą samą liczbą całkowitą. Jakie to prostokąty? Uzasadnij tezę zadania.